H.S.E. (I)
February 2008

Reg. No. ....

Name ....

218-S

Part - III

MATHEMATICS (SCIENCE)

Maximum : 80 Scores

Time : 2½ Hours
Cool off time : 15 Minutes

General Instructions to Candidates :

- There is a 'Cool off time' of 15 minutes in addition to the writing time of 2½ hrs.
- You are not allowed to write your answers nor to discuss anything with others during the 'cool off time'.
- Use the 'cool off time' to get familiar with questions and to plan your answers.
- Read questions carefully before answering.
- All questions are compulsory and only internal choice is allowed.
- When you select a question, all the sub-questions must be answered from the same question itself.
- Calculations, figures and graphs should be shown in the answer sheet itself.
- Malayalam version of the questions is also provided.
- Give equations wherever necessary.

നിർദ്ദേശങ്ങൾ:

- നിർദ്ദിഷ്ട സമയത്തിന് പുറമെ 15 മിനിറ്റ് 'കൂൾ ഓഫ് ടൈം ' ഉണ്ടായിരിക്കും. ഈ സമയത്ത് ചോദ്യങ്ങൾക്ക് ഉത്തരം എഴുതാനോ, മറ്റുള്ളവരുമായി ആശയ വിനിമയം നടത്താനോ പാടില്ല.
- ഉത്തരങ്ങൾ എഴുതുന്നതിന് മുമ്പ് ചോദ്യങ്ങൾ ശ്രദ്ധാപൂർവ്വം വായിക്കണം.
- എല്ലാ ചോദ്യങ്ങൾക്കും ഉത്തരം എഴുതണം.
- ഒരു ചോദ്യനമ്പർ ഉത്തരമെഴുതാൻ തെരഞ്ഞെടുത്തു കഴിഞ്ഞാൽ ഉപചോദ്യങ്ങളും അതേ ചോദ്യ നമ്പരിൽ നിന്ന് തന്നെ തെരഞ്ഞെടുക്കേണ്ടതാണ്.
- കണക്ക് കൂട്ടലുകൾ, ചിത്രങ്ങൾ, ഗ്രാഫുകൾ, എന്നിവ ഉത്തര പേപ്പറിൽതന്നെ ഉണ്ടായിരിക്കണം.
- ആവശ്യമുള്ള സ്ഥലത്ത് സമവാക്യങ്ങൾ കൊടുക്കണം.
- ചോദ്യങ്ങൾ മലയാളത്തിലും നൽകിയിട്ടുണ്ട്.

1. i) If $X = \{a, b, c, d\}$ and $Y = \{f, b, d, g\}$, then find $X - Y$ and $X \cap Y$. (2)

ii) State whether the following is True or False :
If $A \subset B$ then $A \cup B = B$. (1)

iii) Let $O = \{1, 3, 5, 7, ...\}$ and $E = \{2, 4, 6, 8, ...\}$.
Let $f : O \longrightarrow E$ be the function defined by $f(x) = 2x$.
Prove that f is a bijection. (2)

2. Consider the statement
$P(n): 1 + 3 + 5 + ...(2n - 1) = n^2$

i) Verify $P(1)$ is true. (1)

ii) Prove $P(n)$ by induction. (2)

3. Solve $x = Log_5 3125$. (2)

4. Write the truth table for $\sim[p \vee (\sim q)]$. (3)

5. i) Prove that $\dfrac{Sin\, x}{1 + Cos\, x} = Tan\dfrac{x}{2}$ (2)

ii) Find the domain and range of $f(x) = Cos\, 2x$. (2)

iii) State whether the following is True or False :
$Cos\, x : I\!R \to I\!R$ is invertible. (1)

OR

1. i) $X = \{a, b, c, d\}$, $Y = \{f, b, d, g\}$ ആയാൽ $X - Y$, $X \cap Y$ എന്നീ ഗണങ്ങൾ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

ii) ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക. $A \subset B$ ആയാൽ $A \cup B = B$ ആയിരിക്കും. (1)

iii) $O = \{1, 3, 5, 7, ...\}$ ഉം $E = \{2, 4, 6, 8, ...\}$ ഉം ആണ്. $f : O \longrightarrow E$ എന്ന ഏകദം $f(x) = 2x$ എന്നു നിർവ്വചിച്ചിരിക്കുന്നു. f ഒരു ബൈജക്ഷൻ ആണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

2. $P(n): 1 + 3 + 5 + ...(2n - 1) = n^2$ പരിഗണിക്കുക.

i) $P(1)$ ശരിയാണെന്നു തെളിയിക്കുക. (1)

ii) $P(n)$ ഇൻഡക്ഷൻ വഴി തെളിയിക്കുക. (2)

3. $x = Log_5 3125$ എന്ന സമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. (2)

4. $\sim[p \vee (\sim q)]$ വിന്റെ ട്രൂത്ത് ടേബിൾ എഴുതുക. (3)

5. i) $\dfrac{Sin\, x}{1 + Cos\, x} = Tan\dfrac{x}{2}$ എന്നു തെളിയിക്കുക. (2)

ii) $f(x) = Cos\, 2x$ ന്റെ രംഗവും മണ്ഡലവും കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

iii) ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക: $Cos\, x : I\!R \to I\!R$ എന്ന ഏകദം ഇൻവെർട്ടിബിൾ ആകുന്നു. (1)

OR

6. i) Calculate $Cos\ 75^0$ and $Cos\ 15^0$ using the values of $Cos\ 45$ and $Cos\ 30$. (2)

ii) Draw the graph of $f(x) = Sin\ 2x$. (3)

7. Consider the quadratic equation $ax^2 + bx + c = 0$ where $c \neq 0$. If α, β are the roots of this equation, then find the equation whose roots are $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$. (2)

8. i) State whether the following is True or False : If the constant term in a quadratic equation is zero, then one root is 0. (1)

ii) If α, β are the roots of the equation $x^2 + 3x + 6 = 0$, then find the value of $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$. (1)

iii) Solve the equation $\sqrt{x} = x - 2$. (2)

9. Solve $|x| < 5$. (3)

10. Consider the points $A(6, 2)$, $B(3, -1)$ and $C(-2, 4)$.

i) Find AB, BC and AC. (1)

ii) Show that ΔABC is a right angled triangle. (1)

6. i) $Cos\ 45$, $Cos\ 30$ എന്നിവയുടെ വിലകളുടെ സഹായത്താൽ $Cos\ 75^0$, $Cos\ 15^0$ എന്നിവ കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

ii) $f(x) = Sin\ 2x$ എന്ന ഏകദത്തിന്റെ ഗ്രാഫ് വരക്കുക. (3)

7. $ax^2 + bx + c = 0$; $c \neq 0$ എന്ന ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ റൂട്ടുകളാണ് α, β എങ്കിൽ, $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ റൂട്ടുകളായി വരുന്ന ദ്വിമാന സമവാക്യം എഴുതുക. (2)

8. i) ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക: ഒരു ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ കോൺസ്റ്റന്റ് പദം പൂജ്യമായിരുന്നാൽ അതിന്റെ ഒരു മൂല്യം 0 ആയിരിക്കും. (1)

ii) α, β എന്നിവ $x^2 + 3x + 6 = 0$ എന്ന സമവാക്യത്തിന്റെ റൂട്ടുകളായിരുന്നാൽ $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

iii) $\sqrt{x} = x - 2$ എന്ന സമവാക്യം നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. (2)

9. $|x| < 5$ നിർദ്ധാരണം ചെയ്യുക. (3)

10. $A(6, 2)$, $B(3, -1)$, $C(-2, 4)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

i)) AB, BC, AC എന്നിവ കാണുക. (1)

ii) ത്രികോണം ΔABC ഒരു മട്ടത്രി- കോണമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (1)

11. i) The point of concurrence of the medians of a triangle is called .... (1)

ii) Show that the points $(-1, -1)$, $(2, 3)$ and $(8, 11)$ are collinear. (2)

12. Consider the straight line passing through $A(-2, 6)$ and $B(4, 8)$.

i) Find the slope of the straight line passing through A and B. (1)

ii) Prove that the straight line $\overleftrightarrow{AB}$ is perpendicular to $y + 3x = 2$. (2)

13. i) The circle whose equation is $x^2 + (y - 1)^2 = 2$ has the centre .... (1)

ii) Find the equation of the tangent to the circle $x^2 + y^2 = 13$ at the point $(2, 3)$. (2)

iii) State whether the following is True or False : The line $x + y = 0$ intersects the circle $x^2 + y^2 = 1$ in two points. (1)

14. Consider the equation $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$.

i) The above curve is .... (a parabola, an ellipse, a hyperbola). (1)

ii) Find the eccentricity e of the above conic. (1)

11. i) ഒരു ത്രികോണത്തിന്റെ മീഡിയനുകളുടെ സംഗമ ബിന്ദുവാണ് .... (1)

ii) $(-1, -1)$, $(2, 3)$, $(8, 11)$ എന്നിവ ഒരുരേഖയിലുള്ള ബിന്ദുക്കളാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

12. $A(-2, 6)$, $B(4, 8)$ എന്നീ ബിന്ദുക്കൾ പരിഗണിക്കുക.

i) A യിലൂടെയും B യിലൂടേയും കൂടി വരക്കുന്ന രേഖയുടെ സ്ലോപ്പ് കണ്ടുപിടിക്കുക. (1)

ii) $\overleftrightarrow{AB}$ എന്ന രേഖ $y + 3x = 2$ എന്ന രേഖയോട് ലംബമാണെന്ന് തെളിയിക്കുക. (2)

13. i) $x^2 + (y - 1)^2 = 2$ എന്ന വൃത്തത്തിന്റെ കേന്ദ്രം .... ആകുന്നു. (1)

ii) $x^2 + y^2 = 13$ എന്ന വൃത്തത്തിനെ $(2, 3)$ എന്ന ബിന്ദുവിൽ സ്പർശിക്കുന്ന സ്പർശരേഖാ ഖണ്ഡത്തിന്റെ സമവാക്യം കണ്ടുപിടിക്കുക. (2)

iii) ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക: $x + y = 0$ എന്ന രേഖ $x^2 + y^2 = 1$ എന്ന വൃത്തത്തെ 2 ബിന്ദുക്കളിൽ സംഗമിക്കുന്നു. (1)

14. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{25} = 1$ എന്ന സമവാക്യം പരിഗണിക്കുക.

i) മുകളിൽ പറഞ്ഞ 'കർവ്വ്' ഒരു .... ആകുന്നു (പാരബോള, എലിപ്സ്, ഹൈപ്പർബോള) (1)

ii) മുകളിൽ സൂചിപ്പിച്ച കോണിക്കിന്റെ എക്സെൻട്രിസിറ്റി e കാണുക. (1)

15. If $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + 2$; for $n \geq 2$, then write the first four terms of the sequence. **(1)**

16. The sum of the first three terms of a G.P. is $\frac{39}{10}$ and their product is 1. Find the first term and common ratio and the terms. **(3)**

17. State whether the following is True or False : If each term of an A.P. is multiplied by a constant, then the resulting sequence is also an A.P. **(1)**

18. i) State whether the following is True or false : e is irrational. **(1)**

ii) The graph of $y = e^x$ meets the Y-axis at the point .... **(1)**

iii) Assume that $|x| < 1$. Write the series expansions for $Log\,(1+x)$ and $(1+x)^{-1}$ in powers of x. **(1)**

Prove that $\frac{Log\,(1+x)}{(1+x)} = x - \frac{3}{2}x^2 + \frac{11}{6}x^3 - \frac{25}{12}x^4 + \ldots$. **(1)**

15. $a_1 = 1$, $a_n = a_{n-1} + 2$; $n \geq 2$ എങ്കിൽ ഈ ശ്രേണിയിലെ ആദ്യത്തെ 4 പദങ്ങൾ എഴുതുക. **(1)**

16. ഒരു G.P. യുടെ ആദ്യത്തെ 3 പദങ്ങളുടെ തുക $\frac{39}{10}$ ഉം അവയുടെ ഗുണനഫലം 1. ഉം ആകുന്നു. എങ്കിൽ ആദ്യ പദവും, കോമൺ റേഷ്യോയും പദങ്ങളും കണ്ടുപിടിക്കുക. **(3)**

17. ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക: ഒരു A.P. യിലെ എല്ലാ പദങ്ങളോടും കൂടെ ഒരു സ്ഥിരസംഖ്യ കൂട്ടിയാൽ കിട്ടുന്ന ശ്രേണിയും ഒരു A.P. ആയിരിക്കും. **(1)**

18. i) ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക: e എന്ന സംഖ്യ ഒരു അഭിന്നകമാണ്. **(1)**

ii) $y = e^x$ ന്റെ ഗ്രാഫ് Y-axis നെ സംഗമിക്കുന്ന ബിന്ദു .... ആണ് **(1)**

iii) $|x| < 1$. എന്നു കരുതുക. $Log\,(1+x)$ ന്റെ യും $(1+x)^{-1}$ ന്റെ യും x ന്റെ കൃതികളിലുള്ള സീരിസുകൾ എഴുതുക. **(1)**

$\frac{Log\,(1+x)}{(1+x)} = x - \frac{3}{2}x^2 + \frac{11}{6}x^3 - \frac{25}{12}x^4 + \ldots$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(1)**

19. i) Find the multiplicative inverse of $-i$. **(1)**

ii) Which of the following is true ?

$\left[|z_1+z_2| \le |z_1|+|z_2|,\right.$

$|z_1-z_2| < |z_1|-|z_2|,$

$\left.|z_1-z_2| > |z_1|+|z_2|\right]$ **(1)**

iii) Find the product $Z_1 \cdot Z_2$ if $Z_1 = 2+3i$, $Z_2 = 3+2i$. **(1)**

20. Represent the number $z = 1+i$ in polar form. **(2)**

21. i) $10C_4 + 10C_5 = ...$ **(1)**

ii) How many words can be made from the letters in the word MONDAY without repetitions if 4 letters are used at a time ? **(2)**

22. i) Using Binomial theorem, find an expansion for $(1+x)^n$. **(1)**

ii) Obtain the expansion for $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^4$ where $x \ne 0$. **(2)**

23. Consider the following data :

3, 9, 5, 3, 12, 10, 18, 4, 7, 19, 21.

i) The median of the above data is .... **(1)**

ii) Find the Mean deviation from the Median. **(2)**

19. i) $-i$ യുടെ ഗുണനവിപരീതം കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

ii) താഴെ കൊടുത്തവയിൽ ഏതാണ് ശരിയായിട്ടുള്ളത്?

$\left[|z_1+z_2| \le |z_1|+|z_2|,\right.$

$|z_1-z_2| < |z_1|-|z_2|,$

$\left.|z_1-z_2| > |z_1|+|z_2|\right]$ **(1)**

iii) $Z_1 = 2+3i$ യും $Z_2 = 3+2i$ ആണെങ്കിൽ $Z_1 \cdot Z_2$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

20. $z = 1+i$ എന്ന നമ്പറിനെ പോളാർ ഫോമിൽ എഴുതുക. **(2)**

21. i) $10C_4 + 10C_5 = ...$ **(1)**

ii) MONDAY എന്ന വാക്കിൽ നിന്നും ആവർത്തനമില്ലാതെ 4 അക്ഷരമുള്ള എത്ര വാക്കുകൾ ഉണ്ടാക്കാം? **(2)**

22. i) ബൈനോമിയൽ തിയറമുപയോഗിച്ച് $(1+x)^n$ ന്റെ വിപുലീകരണം എഴുതുക. **(1)**

ii) $\left(x^2+\frac{2}{x}\right)^4$; $x \ne 0$ വിപുലീകരിക്കുക. **(2)**

23. താഴെകൊടുത്തിരിക്കുന്ന ഡാറ്റ പരിഗണിക്കുക. 3, 9, 5, 3, 12, 10, 18, 4, 7, 19, 21

i) ഈ ഡാറ്റയുടെ മീഡിയൻ .... ആകുന്നു. **(1)**

ii) മീഡിയനിൽ നിന്നുള്ള മീൻ ഡീവിയേഷൻ കാണുക. **(2)**

24. i) Find the sum of the infinite G.P.:

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(1)**

ii) Prove that

$3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times \ldots\ldots\ldots = 3$. **(1)**

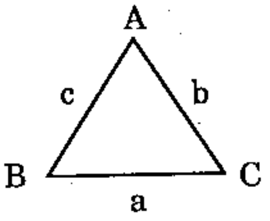
25. i) State whether the following is True or false : If $(1+i)$ is a root of a quadratic equation then $(1-i)$ also a root of the equation. **(1)**

ii) Form an equation whose roots are $3i$ and $4i$. **(1)**

iii) Within the domain of definitions prove that

$Sin^{-1}(-x) = -Sin^{-1}x$. **(2)**

26. Consider the following figure



i) Write $Cos\,A$ in terms of a, b, c. **(1)**

ii) If $a = 25$, $b = 52$, $c = 63$, then find $Cos\,A$. **(1)**

27. i) If w is a cube root of unity then $1 + w + w^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$ **(1)**

ii) State whether the following is True or False :

$|z_1 z_2 z_3| = |z_1| \cdot |z_2| \cdot |z_3|$ **(1)**

28. State whether the following is True or False : Circle is a conic section. **(1)**

24. i) താഴെയുള്ള ഇൻഫിനിറ്റ് G.P. യുടെ തുക കാണുക. $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots$ **(1)**

ii) $3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{1}{4}} \times 3^{\frac{1}{8}} \times \ldots\ldots\ldots = 3$ എന്നു തെളിയിക്കുക. **(1)**

25. i) ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക:

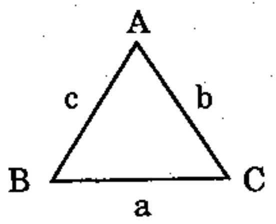
$(1+i)$ ഒരു ദ്വിമാന സമവാക്യത്തിന്റെ റൂട്ടായിരുന്നാൽ $(1-i)$ യും അതേ സമവാക്യത്തിന്റെ ഒരു റൂട്ടായിരിക്കും. **(1)**

ii) $3i$, $4i$ എന്നിവ റൂട്ടായി വരുന്ന ഒരു സമവാക്യം ഉണ്ടാക്കുക. **(1)**

iii) അതാതു ഡൊമൈനുകളിൽ

$Sin^{-1}(-x) = -Sin^{-1}x$ ആണെന്നു തെളിയിക്കുക. **(2)**

26. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന ചിത്രം പരിഗണിക്കുക.



i) $Cos\,A$ യെ a, b, c യുടെ ടേർമ്സിൽ എഴുതുക. **(1)**

ii) $a = 25$, $b = 52$, $c = 63$ ആണെങ്കിൽ $Cos\,A$ കണ്ടുപിടിക്കുക. **(1)**

27. i) w ഒരു ക്യൂബ് റൂട്ട് ഓഫ് യൂണിറ്റിയെങ്കിൽ

$1 + w + w^2 = \ldots\ldots\ldots$ ആയിരിക്കും. **(1)**

ii) ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക:

$|z_1 z_2 z_3| = |z_1| \cdot |z_2| \cdot |z_3|$ **(1)**

28. ശരിയോ തെറ്റോ എന്നു പ്രസ്താവിക്കുക: വൃത്തം ഒരു കോണിക്ക് സെക്ഷൻ ആകുന്നു. **(1)**

29. Consider the L.P.P.

Maximize $Z : Z = x + y$ subject to

$2x + y - 3 \geq 0$

$x - 2y + 1 \leq 0$

$y \leq 3$

i) Sketch the graph. **(1)**

ii) Mark the feasible region. **(1)**

iii) What are the corners of the feasible region ? **(1)**

iv) Calculate the value of Z at the corners. **(1)**

v) Find the maximum value of Z. **(1)**

29. താഴെ കൊടുത്തിരിക്കുന്ന L.P.P. പരിഗണിക്കുക.

മാക്സിമൈസ് $Z : Z = x + y$ സബ്ജക്റ്റ് ടു

$2x + y - 3 \geq 0$

$x - 2y + 1 \leq 0$

$y \leq 3$

i) ഗ്രാഫ് രേഖപ്പെടുത്തുക. **(1)**

ii) ഫീസിബ്ൾ റീജിയൻ അടയാളപ്പെടുത്തുക. **(1)**

iii) ഫീസിബ്ൾ റീജിയന്റെ മൂലകൾ ഏതെല്ലാം? **(1)**

iv) മൂലകളിൽ Z ന്റെ വിലകൾ കാണുക. **(1)**

v) Z ന്റെ മാക്സിമം വില കാണുക. **(1)**